Nazwisko .... Data .... Nr na liście ....

Imię .... Wydział ....

Dzień tyg. ....

Godzina ....

Ćwiczenie 228

Wyznaczanie stosunku $\frac{C_p}{C_V}$ dla powietrza

Nr pom.	Wskazania manometru przed rozprężeniem adiabatycznym, [mm]			Wskazania manometru po ogrzaniu izochorycznym, [mm]			$\kappa_i = \frac{C_p}{C_V}$
	w ramieniu		różnica wysokości	w ramieniu		różnica wysokości	
	lewym	prawym		lewym	prawym		
	H_1	H_2	H	h_1	h_2	h	
1							
2							
3							
4							
5							
6							
7							
8							
9							
10							
Średnia wartość stosunku C_p do C_V dla powietrza						$\kappa =$	
Wartość teoretyczna dla .... cząsteczek gazu						$\kappa_t =$	

Ćwiczenie 228. Wyznaczanie stosunku $\frac{C_p}{C_V}$ dla powietrza

Wprowadzenie

W przypadku gazów posługujemy się pojęciami molowego ciepła właściwego przy stałym ciśnieniu gazu – C_p i molowego ciepła właściwego przy stałej objętości gazu – C_V.

Molowym ciepłem właściwym C_V nazywamy ilość ciepła potrzebną do ogrzania jednego mola gazu o 1 kelwin, przy stałej objętości gazu. Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki:

$$dQ = dU + dW, \tag{1}$$

gdzie dQ jest ciepłem dostarczonym do ciała, dU zmianą jego energii wewnętrznej, a dW pracą wykonaną przez ciało. Praca ta, przy ciśnieniu gazu p, wyraża się wzorem:

$$dW = p \cdot dV, \tag{2}$$

dV – zmiana objętości gazu. Ponieważ dla przemiany izochorycznej (V = constans), $dV = 0$, to i praca $dW = 0$. Mamy więc, w tym przypadku, równość:

$$dQ = dU. \tag{3}$$

Gdy temperatura n moli gazu w przemianie izochorycznej wzrasta o dT, gaz pobiera ciepło dQ:

$$dQ = n\,C_V \cdot dT. \tag{4}$$

Uwzględniając (3) i (4) możemy napisać:

$$dU = n\,C_V \cdot dT. \tag{5}$$

Ostatni wzór na zmianę energii wewnętrznej gazu jest słuszny dla wszelkich przemian, a nie tylko dla przemiany izochorycznej.

Molowym ciepłem właściwym C_p nazywamy ilość ciepła potrzebną do ogrzania 1 mola gazu o 1 kelwin, gdy gaz zachowuje stałe ciśnienie. Ciepło pobrane przez gaz podczas przemiany izobarycznej ($p = \text{constans}$) można wyrazić wzorem:

$$dQ = n\,C_p \cdot dT, \tag{6}$$

natomiast praca dW, uwzględniając *równanie Clapeyrona*:

$$pV = nRT, \tag{7}$$

(skąd $p\,dV = nR\,dT$), równa jest:

$$dW = nR \cdot dT. \tag{8}$$

R jest stałą gazową: R = 8,31 J/(mol·K).

Podstawiając zależności (6), (5) i (8) do równania (1) otrzymamy związek pomiędzy molowym ciepłem właściwymi C_p i C_V:

$$C_p = C_V + R. \tag{9}$$

W przemianie izobarycznej ciepło dostarczone jest zużywane nie tylko na ogrzanie gazu, ale również na pracę wykonywaną przez gaz i dlatego $C_p > C_V$.

Stosunek C_p / C_V oznaczany jest jako κ i nazywany *współczynnikiem Poissona*. Wartość liczbowa κ jest w przybliżeniu jednakowa dla gazów o tej samej liczbie atomów w cząsteczce.

Współczynnik κ występuje we wzorze na przemianę adiabatyczną gazu. Jeżeli gaz podlega *przemianie adiabatycznej* (nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem, $dQ = 0$), to z pierwszej zasady termodynamiki (1) i równania Clapeyrona (7) można wyprowadzić równanie adiabaty:

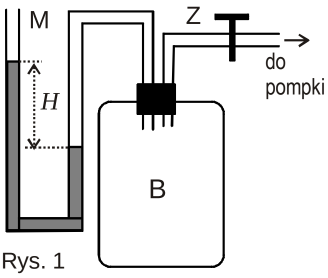
$$p \cdot V^{\kappa} = \text{constans}. \tag{10}$$

Zasada pomiaru współczynnika κ dla powietrza

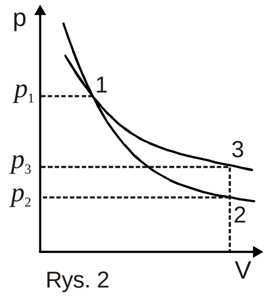
W szklanym balonie B o objętości kilkudziesięciu litrów sprężamy powietrze do ciśnienia p, wyższego od ciśnienia atmosferycznego o równowartość ciśnienia hydrostatycznego słupka cieczy o wysokości H, wynoszącej 10÷14 cm. Schemat układu pomiarowego pokazano na rys. 1.

Zawór Z (może to być szklany kran próżniowy) pozwala na napompowanie powietrza do ciśnienia p_1 lub połączenie balonu B z powietrzem atmosferycznym. Zawór ten otwieramy i po pierwszym wyrównaniu poziomów ponownie zamykamy (czas otwarcia 1 do 2 sekund). Powodujemy w ten sposób adiabatyczne rozprężenie powietrza. Początkowe ciśnienie p_1 spada wtedy do ciśnienia atmosferycznego p_a, a zatem ciśnienie powietrza w balonie zmniejszy się o wartość

$$\Delta p_{ad} = p_1 - p_a = \rho g H \tag{11}$$



Rys. 1



Rys. 2

gdzie ρ oznacza gęstość cieczy (zabarwionej wody). Na rysunku 2 odpowiada to przejściu od punktu 1 do 2 po adiabacie. Po zamknięciu zaworu gaz powoli ogrzewa się, a jego ciśnienie wzrasta do wartości p_3, punkt 3 na rys. 2. Różnica poziomów w rurce manometrycznej ustala się na wartości h. Ponieważ temperatura otoczenia nie ulega zmianie w czasie trwania doświadczenia, punktom 1 i 3 odpowiada ta sama temperatura — leżą, więc, one na tej samej izotermie:

$$pV = \text{constans.} \tag{12}$$

Zatem przejściu od punktu 1 do 3 po izotermie odpowiada zmniejszenie ciśnienia o wartość:

$$\Delta p_{iz} = p_1 - p_3 = \rho g H - \rho g h = \rho g \left(H - h\right). \tag{13}$$

Aby znaleźć związek pomiędzy κ a Δp_{iz} i Δp_{ad}, logarytmujemy równania (10) i (12):

$$\ln p + \kappa \ln V = \text{ const}, \qquad \ln p + \ln V = \text{ const}. \tag{14}$$

Różniczkując równania (14) otrzymamy:

$$\frac{dp}{p} + \kappa \frac{dV}{V} = 0, \qquad \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = 0. \tag{15}$$

Ze względu na relacje $\Delta p << p$ i $\Delta V << V$, słuszne dla obu przemian, w powyższych równaniach możemy zastąpić różniczki dp i dV odpowiadającymi im skończonymi przyrostami Δp i ΔV. Ponieważ punkty 2 i 3 leżą praktycznie na izochorze (punktom 2 i 3 na rys. 2 odpowiada ta sama objętość), to zmiany objętości dla obu przemian są jednakowe: $\Delta V_{ad} = \Delta V_{iz} = \Delta V$. Równania (15) mają wówczas postać następującą:

$$\frac{\Delta p_{ad}}{p} = \kappa \frac{\Delta V}{V}, \qquad \frac{\Delta p_{iz}}{p} = \frac{\Delta V}{V}.$$

Dzieląc te równania stronami dostajemy: $\kappa = \Delta p_{ad} / \Delta p_{iz}$. Podstawiamy wyrażenia (11) i (13) w miejsce Δp_{ad} i Δp_{iz} i otrzymujemy wzór, który służy do wyznaczenia κ:

$$\kappa = \frac{H}{H - h}. \tag{16}$$

Wykonanie pomiarów

1. Przy otwartym zaworze Z (rys. 1) pompką wytarzamy w zbiorniku B różnicę ciśnienia tak, aby w manometrze M różnica poziomów cieczy wynosiła 100÷140 mm.
2. Czekamy kilka minut, aż ustali się temperatura w zbiorniku i poziomy cieczy w manometrze M nie będą się zmieniać. Odczytujemy położenia poziomów cieczy w lewym i prawym ramieniu manometru — H_1 i H_2.
3. Otwieramy zawór Z do chwili pierwszego chwilowego wyrównania poziomów (czas otwarcia od około 1 do 2 sekund) i ponownie zamykamy. Powodujemy w ten sposób rozprężenie adiabatyczne powietrza.
4. Czekamy kilka minut, aż temperatura w zbiorniku ustali się i odczytujemy położenia poziomów cieczy w lewym i prawym ramieniu manometru — h_1 i h_2.
5. Różnice $H = H_1 - H_2$, $h = h_1 - h_2$ wstawiamy do wzoru (16) i obliczamy κ.
6. Pomiary powtarzamy co najmniej 8 razy. Z uzyskanych wartości κ_i obliczamy średnią κ, którą przyjmujemy jako ostateczną wartość stosunku C_p / C_V dla powietrza.

Rachunek błędów

Obliczamy błąd bezwzględny $\Delta\kappa$ jako błąd średni kwadratowy z *n* pomiarów:

$$\Delta\kappa = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\Delta\kappa_i)^2}{n(n-1)}}, \qquad \Delta\kappa_i = |\kappa - \kappa_i| .$$

Można również policzyć błąd pojedynczego pomiaru (metodą różniczki zupełnej, którą stosujemy do wzoru (16)):

$$\frac{\Delta\kappa}{\kappa} = \left|\frac{h}{H(H-h)}\right| \Delta H + \left|\frac{1}{H-h}\right| \Delta h ,$$

gdzie $\Delta H = \Delta H_1 + \Delta H_2$, $\Delta h = \Delta h_1 + \Delta h_2$, $\Delta H_1 = \Delta H_2 = \Delta h_1 = \Delta h_2 = 1\,\mathrm{mm}$ — dokładność odczytywania poziomu cieczy w manometrze.