

Nazwisko

Data

Nr na liście

Imię

Wydział

Dzień tyg.

Godzina

Ćwiczenie 242

Wyznaczanie oporu elektrycznego metodą mostka Wheatstone'a

Pojedyncze opory

Rodzaj opornika	Długość	Średnica	Pole przekroju	Opór właściwy
	l , [m]	Φ , [m]	S , [m ²]	[$\Omega \cdot m$]
a				$\rho_a =$
b				$\rho_b =$

Opornik	Nr pomiaru	Opór wzorcowy	Odległość		Opór badany	Średnia wartość
		R_w , [Ω]	l_1 , [m]	l_2 , [m]	R_x , [Ω]	
a	0	10				$R_a =$
	1					
	2					
	3					
b	0	10				$R_b =$
	1					
	2					
	3					

Układ oporów

Rodzaj połączenia	Opór wzorcowy	Odległość		Opór wypadkowy
	R_w , [Ω]	l_1 , [m]	l_2 , [m]	[Ω]
szeregowe				$R_s =$
równoległe				$R_r =$

Ćwiczenie 242. Wyznaczanie oporu elektrycznego metodą mostka Wheatstone'a

Wprowadzenie

Zgodnie z *prawem Ohma* natężenie prądu płynącego przez przewodnik jest proporcjonalne do napięcia przyłożonego do jego końców. Stosunek napięcia U zmierzonego na końcach przewodnika, do natężenia prądu I jest wielkością stałą, nazywaną *oporem elektrycznym* R danego przewodnika:

$$R = \frac{U}{I} \quad (1)$$

Opór elektryczny wyrażamy w omach, $[\Omega]$; $1 \Omega = 1 \text{ V/A}$.

Opór elektryczny przewodników metalicznych jest wynikiem oddziaływania nośników prądu (elektronów) z jonami sieci krystalicznej. Zależy on od cech geometrycznych przewodnika, tzn. od długości l i pola przekroju S oraz od rodzaju materiału, z jakiego jest wykonany:

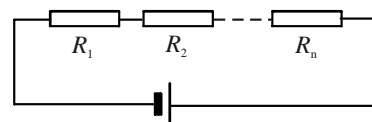
$$R = \rho \frac{l}{S}. \quad (2)$$

Współczynnik proporcjonalności ρ , charakteryzujący rodzaj materiału, nazywamy *oporem właściwym* przewodnika. Jednostką oporu właściwego jest $1 \Omega \cdot \text{m}$ (om razy metr).

W obwodach elektrycznych występują układy oporów połączonych szeregowo (rys. 1a) lub równolegle (rys. 1b). Opór zastępczy R , w przypadku n połączonych oporów, spełnia równanie:

- dla połączenia szeregowo

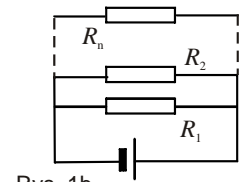
$$R = \sum_{i=1}^n R_i, \quad (3a)$$



Rys. 1a

- dla połączenia równoległego:

$$\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}. \quad (3b)$$



Rys. 1b

Dla dwóch oporów a i b otrzymamy:

$$R = R_a + R_b \text{ (połączenie szeregowo),}$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_a} + \frac{1}{R_b} \text{ (połączenie równoległe).}$$

Wzory te wynikają z praw Kirchhoffa, opisujących przepływ prądu w obwodach elektrycznych.

I Prawo Kirchhoffa.

Suma algebraiczna natężeń prądów wpływających i wypływających z węzła, czyli punktu obwodu, w którym zbiega się kilka przewodów ($m \geq 3$), równa się zeru:

$$\sum_{i=1}^m I_i = 0 \quad (4a)$$

Prądy wpływające do węzła uważamy za dodatnie, a prądy wypływające z węzła — za ujemne.

II Prawo Kirchhoffa.

W obwodzie zamkniętym (np. oczko w obwodzie rozgałęzionym) suma sił elektromotorycznych (napięcie \mathcal{E} między biegunami) źródeł prądu równa się sumie spadków napięć na oporach:

$$\sum_{k=1}^n \mathcal{E}_k = \sum_{j=1}^m R_j I_j. \quad (4b)$$

Przy stosowaniu tego prawa wybieramy kierunek określania potencjałów (kierunek „obiegu”) w oczku (np. zgodnie z kierunkiem ruchu wskazówek zegara). Jeżeli źródło prądu ma układ

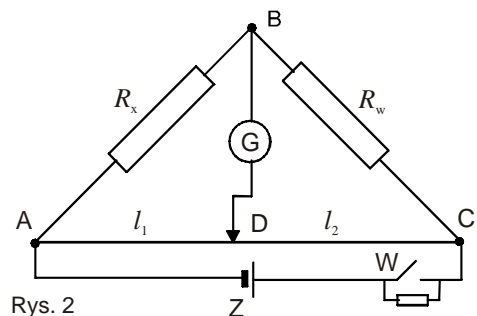
elektrod (od "-" do "+") zgodny z przyjętym kierunkiem obiegu to \mathcal{E}_k przypisujemy znak plus. W przeciwnym wypadku podstawiamy \mathcal{E}_k ze znakiem minus. Spadek napięcia na oporze jest dodatni ($R_i I_i$), gdy prąd płynie przez opór R_i zgodnie z kierunkiem obiegu a gdy prąd płynie przeciwnie to spadek ten jest ujemny ($-R_i I_i$). Jeżeli w wyniku obliczeń otrzymamy ujemne natężenie prądu to znaczy, że rzeczywisty kierunek prądu jest przeciwny do przyjętego.

Pomiar oporu elektrycznego za pomocą mostka Wheatstone'a

Jedną z prostszych i dokładniejszych metod pomiaru oporu jest porównawcza metoda mostkowa. Na rys. 2 pokazano schemat tzw. liniowego mostka Wheatstone'a. Wyznaczany opór R_x łączymy szeregowo z oporem wzorcowym R_w (jest to opór ustawiony na opornicy dekadowej). Wolne końce połączonych oporników łączymy z punktami A i C, pomiędzy którymi rozpięty jest drut oporowy wzdłuż podziałki milimetrowej. Punkt B, wspólny dla oporów R_x i R_w , łączymy poprzez miliamperomierz G z suwakiem D, który może swobodnie ślizgać się po drucie.

Włączając zasilacz Z prądu stałego, przykładamy napięcie do punktów A i C. Szukamy teraz takiego położenia suwaka D na strunie, aby przez odcinek BD prąd nie płynął (galwanometr powinien wskazywać zero). Wówczas mostek jest zrównoważony, czyli potencjały punktów B i D są sobie równe i napięcia w poszczególnych gałęziach obwodu spełniają warunki:

$$U_{AB} = U_{AD}, \quad U_{BC} = U_{DC}. \quad (5)$$



Rys. 2

Z pierwszego prawa Kirchhoffa wynika, że jeśli przez odcinek BD prąd nie płynie, to

$$I_{AB} = I_{BC}, \quad I_{AD} = I_{DC} \quad (6)$$

Korzystając z prawa Ohma, możemy równości (5) wyrazić następująco:

$$R_x I_{AB} = R_{AD} I_{AD}, \quad R_w I_{BC} = R_{DC} I_{DC}.$$

Po podzieleniu tych równań stronami i uwzględnieniu (6) otrzymamy:

$$R_x / R_w = R_{AD} / R_{DC}. \quad (7)$$

Ze względu na związek (2), biorąc pod uwagę, że cała struna ma wszędzie jednakowe pole przekroju, stosunek oporów R_{AD} i R_{DC} możemy zastąpić stosunkiem ich długości:

$$R_{AD} / R_{DC} = l_1 / l_2. \quad (8)$$

Z równości (7) i (8) otrzymujemy wzór na szukaną wartość oporu R_x :

$$\boxed{R_x = \frac{l_1}{l_2} R_w}. \quad (9)$$

Wykonanie pomiarów

- Zestawiamy obwód elektryczny wg rys. 2, przy czym: R_w — opornik wzorcowy dekadowy, R_x — opornik badany, Z — źródło prądu stałego, G — galwanometr (miliamperomierz), W — wyłącznik z oporem zabezpieczającym.
- Przy otwartym wyłączniku W (włączony opór zabezpieczający) ustawiamy opornicę dekadową na wartość 10Ω i włączamy zasilacz Z (napięcie ok. 2V). Dobieramy położenie suwaka D na strunie tak, aby galwanometr wskazywał wartość zero. Po zamknięciu klucza W położenie to ustalamy bardziej precyzyjnie i odczytujemy długości odcinków l_1 i l_2 .

3. Obliczamy ze wzoru (9) wartość szukanego oporu — jest to wartość orientacyjna, obarczona dość dużym błędem pomiarowym. Oznaczamy wyznaczoną wartość R_x jako R_0 .
4. Z rozważań opartych na rachunku błędów wynika, że minimalny błąd pomiaru otrzymujemy wówczas, gdy zrównoważenie mostka zachodzi przy ustawieniu suwaka w połowie długości struny. W związku z tym, właściwe pomiary wykonujemy dobierając opór wzorcowy R_w tak, aby był on w przybliżeniu równy wartości R_0 , wyznaczonej w punkcie 3.
5. Postępując jak w punkcie 2, wykonujemy trzy pomiary oporu R_x — ustawiamy na opornicy dekadowej kolejno trzy różne, ale bliskie R_0 wartości oporu wzorcowego. Otrzymujemy w ten sposób trzy wartości R_1, R_2, R_3 . Jako właściwą wartość oporu $R_x \equiv R_a$ przyjmujemy średnią arytmetyczną: $R_a = (R_1 + R_2 + R_3)/3$.
6. Identycznie wyznaczamy nieznaną wartość opór następnego opornika — R_b .
7. Łączymy badane oporniki szeregowo i dokonujemy pomiaru oporu wypadkowego za pomocą mostka Wheatstone'a. To samo wykonujemy dla połączenia równoległego.
Uwaga: Przy tych pomiarach jako opór wzorcowy ustawiamy wartości, które obliczamy ze wzorów (3a) i (3b) na opór zastępczy dla połączeń szeregowego i równoległego.
8. Z zależności (2) obliczamy opory właściwe badanych oporników.

Rachunek błędów

Błąd względny pomiaru oporu, $\Delta R_x/R_x$.

Błąd ten obliczamy metodą pochodnej logarytmicznej, którą stosujemy do wzoru (9). Otrzymamy:

$$\frac{\Delta R_x}{R_x} = \frac{\Delta R_w}{R_w} + \frac{\Delta l_1}{l_1} + \frac{\Delta l_2}{l_2}. \quad (10)$$

Błędy bezwzględne Δl_1 i Δl_2 są równe najmniejszej wartości przesunięcia suwaka na strunie, dla której występuje zauważalne przemieszczenie wskazówki galwanometru (błędy te są nie mniejsze niż dokładność odczytu długości — 2 mm).

Wartość $\Delta R_w/R_w$ określona jest klasą opornicy dekadowej. Np. klasa opornicy 0,5 oznacza, że błąd względny wynosi 0,5%, co oznacza, że $\frac{\Delta R_w}{R_w} = 0,005$.

Błąd względny oporu właściwego, $\Delta \rho/\rho$.

Ze wzoru (2) wynika, że $\rho = \frac{SR_x}{l} = \frac{\pi \phi^2 R_x}{4l}$; tutaj ϕ i l oznaczają średnicę i długość drutu, z którego wykonano badany opornik. Metoda pochodnej logarytmicznej daje następujący rezultat:

$$\frac{\Delta \rho}{\rho} = \frac{\Delta R_x}{R_x} + 2 \frac{\Delta \phi}{\phi} + \frac{\Delta l}{l}. \quad (11)$$

Przyjmujemy: $\Delta \phi = 5 \cdot 10^{-6}$ m, $\Delta l = 2 \cdot 10^{-2}$ m.