Nazwisko .... Data .... Nr na liście ....

Imię .... Wydział ....

Dzień tyg. ....

Godzina ....

Ćwiczenie 362

Wyznaczanie ogniskowej soczewek metodą Bessela i pomiar promieni krzywizny za pomocą sferometru

I. Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej i rozpraszającej

Odległość przedmiotu od ekranu, [m]	$l =$

Rodzaj soczewki	Odległość soczewki od ekranu, [m]: Obraz powiększony b_{1i} i=1, 2, 3	Obraz powiększony: średnia b_1	Obraz zmniejszony b_{2i} i = 1, 2, 3	Obraz zmniejszony: średnia b_2	Różnica odl. obrazów od soczewki $d = \|b_1 - b_2\|$	Długość ogniskowej [m]
Skupiająca						$f_1 =$
Układ soczewek						$f_u =$

Ogniskowa soczewki rozpraszającej, [m]	$f_2 =$

II. Pomiar promieni krzywizn i wyznaczanie współczynnika załamania światła

Długość boków trójkąta c_i [m]	Średnia wartość c [m]	Położenie zerowe h_0 [m]

Wyniki pomiaru sferometrem

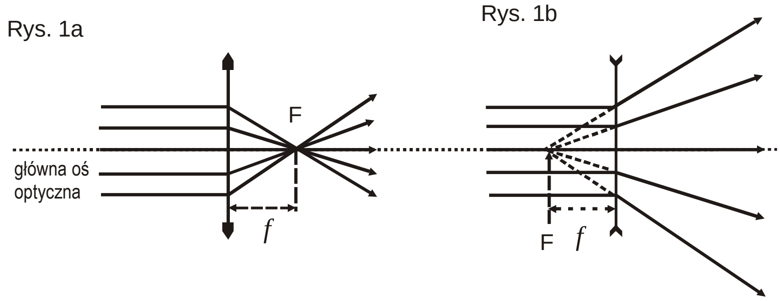
Soczewka	Powierzchnia I: h_1 [m]	$h_1 - h_0$ [m]	R_1 [m]	Powierzchnia II: h_2 [m]	$h_2 - h_0$ [m]	R_2 [m]	n
Skupiająca							
Rozprasza-jąca							

Ćwiczenie 362. Wyznaczanie ogniskowej soczewek metodą Bessela i pomiar promieni krzywizny za pomocą sferometru.

Soczewki

Soczewka sferyczna jest to substancja załamująca światło, ograniczona dwiema powierzchniami kulistymi o promieniach krzywizny R_1 i R_2. Prostą przechodzącą przez środki krzywizny obu powierzchni nazywamy *osią główną*.

Ognisko główne soczewki skupiającej stanowi punkt, w którym przecinają się po załamaniu w soczewce promienie biegnące w kierunku soczewki równoległe do głównej osi optycznej, rys. 1a. W *ognisku głównym soczewki rozpraszającej* przecinają się przedłużenia promieni załamanych w soczewce, padających na nią równolegle do osi głównej. Odległość ogniska **F** od środka soczewki nazywamy *ogniskową soczewki* i oznaczamy literą f, rys. 1b.



Ogniskowa soczewki zależy od współczynnika załamania *n* materiału, z którego jest ona wykonana oraz od jej promieni krzywizny R_1 i R_2. W przypadku soczewek cienkich, które są przedmiotem naszych rozważań, ogniskową możemy obliczyć ze *wzoru soczewkowego*:

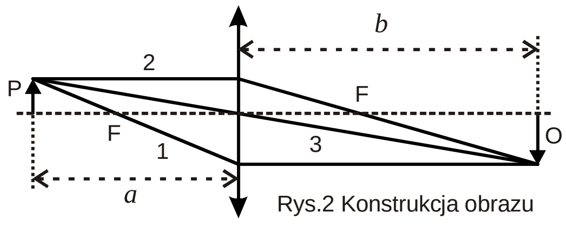
$$\frac{1}{f} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{1}$$

Promień krzywizny wypukłej powierzchni jest dodatni, a powierzchni wklęsłej — ujemny. Ponieważ ogniskowa soczewki rozpraszającej jest ujemna, suma odwrotności promieni krzywizny dla tego typu soczewki też musi być ujemna. Odwrotność ogniskowej $D = 1/f$ nazywamy *zdolnością zbierającą soczewki*. Jednostką zdolności zbierającej jest dioptria, [D]; 1D = 1m^{-1}.

Wszystkie promienie wychodzące z punktu **P** (rys. 2) stanowiącego przedmiot, pod małym kątem względem osi optycznej soczewki, po przejściu przez soczewkę skupiają się w punkcie **O** zwanym obrazem. Obraz jest *rzeczywisty*, jeżeli promienie po przejściu przez soczewkę faktycznie przecinają się w punkcie **O**. Gdy promienie przechodzące są rozbieżne i przecinają się przedłużenia promieni, to mamy do czynienia z *obrazem pozornym.*

W geometrycznej konstrukcji obrazów posługujemy się promieniami, których bieg po załamaniu w soczewce daje się łatwo ustalić:

1. Promień wychodzący z ogniska po załamaniu w soczewce biegnie równolegle do osi głównej;
2. Promień równoległy do osi po załamaniu przechodzi przez ognisko;
3. Promień przechodzący przez środek optyczny soczewki nie doznaje zmiany swego kierunku.



Rys.2 Konstrukcja obrazu

Odległości *a* i *b*, przedmiotu i obrazu od środka optycznego soczewki, oraz ogniskowa soczewki *f* spełniają *równanie soczewek*:

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \tag{2}$$

Dla obrazów pozornych odległość *b* jest ujemna. Ogniskowa f_u układu optycznego składającego się z dwóch soczewek cienkich o ogniskowych f_1 i f_2, złożonych razem, spełnia zależność

$$\frac{1}{f_u}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2} \qquad (3)$$

Wyznaczanie ogniskowej soczewki metodą Bessela

Soczewka skupiająca

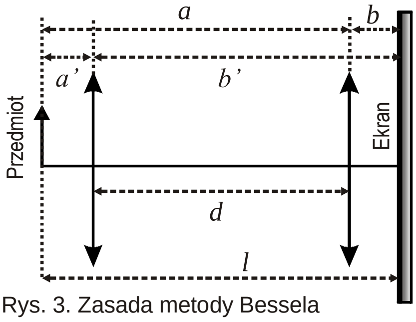
W równaniu soczewek (2) odległości *a* i *b* (przedmiotu i obrazu od soczewki) są zamienne, tzn. przy stałej odległości *l* przedmiotu od ekranu istnieją dwa położenia soczewki, przy których na ekranie otrzymujemy ostry obraz: raz — powiększony, drugi raz — zmniejszony, rys. 3.

Obie sytuacje różnią się między sobą tym, że odległości *a* i *b* zamieniają się rolami. Odległość *a* przedmiotu, przy jednym położeniu soczewki, staje się odległością *b′* obrazu, gdy soczewka jest w drugim położeniu i odwrotnie. Zgodnie z oznaczeniami na rys. 3: $a=b'$, $b=a'$, czyli

$$a+b=l \quad \text{i} \quad a-b=d. \qquad (4)$$

Zależności (4) pozwalają wyrazić *a* i *b* poprzez wielkości *l* i *d*. Wyznaczone w ten sposób odległości *a* i *b* podstawiamy do równania soczewek (2). Otrzymujemy wówczas następujący wzór na ogniskową *f*:

$$f=\frac{l^2-d^2}{4l} \qquad (5)$$



Rys. 3. Zasada metody Bessela

Warunkiem otrzymania dwóch rzeczywistych obrazów jest zależność: $l>4f$; wówczas *d* wyznaczone z równania (5) spełnia warunek $d^2>0$.

Metoda Bessela jest dokładniejsza od metody pomiaru ogniskowej w oparciu o równanie soczewkowe (2), ponieważ nie znamy dokładnego położenia środka optycznego soczewki i pomiar wielkości *a* i *b* może być obarczony błędem systematycznym.

Soczewka rozpraszająca

Ponieważ soczewki rozpraszające nie dają obrazów rzeczywistych, łączymy soczewkę rozpraszającą o ogniskowej f_2 z soczewką skupiającą o znanej ogniskowej f_1 w układ soczewek, który powinien mieć właściwości soczewki skupiającej, co zachodzi, gdy $|f_2|>f_1$. Następnie w taki sam sposób jak dla pojedynczej soczewki skupiającej wyznaczamy ogniskową f_u układu.

Przekształcając zależność (3) otrzymamy wzór

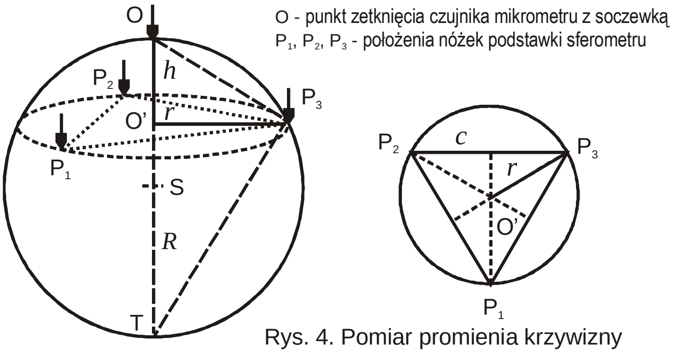
$$f_2=\frac{f_1\cdot f_u}{f_1-f_u} \qquad (6)$$

z którego, po podstawieniu wyznaczonych metodą Bessela odległości ogniskowych f_1 i f_u, obliczamy ogniskową soczewki rozpraszającej — f_2.

Wyznaczanie promienia krzywizny soczewki przy użyciu sferometru

Wysokość *h* czaszy kulistej soczewki możemy mierzyć za pomocą *sferometru*. Zasadniczym elementem pomiarowym sferometru jest ruchoma, pionowa śruba mikrometryczna lub zegarowy czujnik mikrometryczny. Element pomiarowy osadzony jest w trójnożnej podstawce.

Zaostrzone stożkowo nóżki podstawki tworzą wierzchołki trójkąta równobocznego, przez środek, którego przechodzi oś śruby.



Rys. 4. Pomiar promienia krzywizny

Rozpatrując widoczny na rys. 4 trójkąt OP_3T, którego kąt prosty oparty jest na średnicy, otrzymujemy związek pomiędzy promieniem *R* kuli (w naszym przypadku jest to promień krzywizny soczewki) promieniem *r* podstawy czaszy kulistej i wysokością *h* czaszy:

$$r^2 = (2R - h) \cdot h. \tag{7}$$

Okrąg stanowiący podstawę czaszy kulistej jest okręgiem opisanym na trójkącie równobocznym o boku *c*, utworzonym przez podstawę sferometru. Zachodzi, więc związek

$$r = \frac{c}{\sqrt{3}},$$

który po podstawieniu do (7) pozwoli uzyskać wzór na promień krzywizny:

$$R = \frac{c^2}{6h} + \frac{h}{2}. \tag{8}$$

Zatem mierząc *c* i *h* możemy wyznaczyć promień krzywizny. Wysokość czaszy kulistej jest różnicą między wskazaniem sferometru ustawionego na powierzchni płaskiej i wskazaniem odczytanym po ustawieniu sferometru na jednej z powierzchni badanej soczewki.

Przyjmujemy $h > 0$ dla powierzchni wypukłej i $h < 0$ dla powierzchni wklęsłej.

Współczynnik załamania materiału soczewki

Po wyznaczeniu ogniskowej soczewki i promieni krzywizny jej powierzchni możemy obliczyć współczynnik załamania materiału, z którego wykonana jest soczewka. Z (1) otrzymujemy:

$$n = \frac{R_1 R_2}{f(R_1 + R_2)} + 1. \tag{9}$$

Wykonanie ćwiczenia

Wyznaczanie ogniskowej soczewki skupiającej i rozpraszającej metodą Bessela

1. Odczytujemy na ławie optycznej odległość *l* przedmiotu od ekranu.
2. Szukamy takiego położenia b_1 soczewki, przy którym na ekranie otrzymujemy ostry obraz powiększony, a następnie położenia b_2 odpowiadającego obrazowi zmniejszonemu.
3. Ustawienia wykonujemy trzykrotnie i z odczytanych wartości obliczamy średnie — ich różnica daje odległość *d*: $d = b_1 - b_2$.
4. Obliczamy ogniskową soczewki f_1 w oparciu o wzór Bessela (5).
5. Łączymy soczewkę rozpraszającą o nieznanej ogniskowej f_2 z soczewką skupiającą o wyznaczonej już ogniskowej f_1. Wyznaczamy, metodą jak wyżej, ogniskową f_u układu.
6. Obliczamy ogniskową f_2 ze wzoru (6).

Wyznaczanie promieni krzywizn soczewek

1. Na kartce papieru odciskamy ślady nóżek podstawki sferometru. Przykładamy ostrza suwmiarki do zaznaczonych na papierze śladów i odczytujemy długości trzech boków trójkąta. Średnią wartość otrzymanych wyników przyjmujemy jako wartość boku trójkąta równobocznego — *c*.
2. Ustalamy położenie zerowe h_0 sferometru. W tym celu ustawiamy sferometr na gładkiej płytce i odczytujemy jego wskazanie (końcówka czujnika sferometru powinna dotykać płytki).
3. Następnie ustawiamy sferometr na powierzchni wypukłej soczewki skupiającej i odczytujemy wartość h_1. Różnica $h = h_1 - h_0$ jest wysokością czaszy, odciętej z danej soczewki płaszczyzną utworzoną przez końce nóżek podstawki. Pomiar h_1 wykonujemy trzykrotnie.
4. Takie same pomiary wykonujemy na drugiej powierzchni soczewki, która może być również wypukła bądź wklęsła. W tym drugim przypadku wartość *h* jest ujemna.

5. Otrzymane średnie wartości h i c podstawiamy do wzoru (8) i obliczamy promienie krzywizn R_1 i R_2 soczewki skupiającej.
6. Ze wzoru (9) obliczamy współczynnik załamania światła, przyjmując wartość ogniskowej wyznaczoną metodą Bessela.
7. Takie same czynności powtarzamy z soczewką rozpraszającą.

Rachunek błędów

Maksymalne błędy bezwzględne wielkości mierzonych obliczamy metodą różniczki zupełnej. Obliczenia wykonujemy dla **soczewki skupiającej**.

Błąd pomiaru ogniskowej.

$$f_1 = \frac{l^2 - d^2}{4l}, \qquad \Delta f_1 = \left|\frac{\partial f_1}{\partial l}\right|\Delta l + \left|\frac{\partial f_1}{\partial d}\right|\Delta d = \frac{l^2 + d^2}{4l^2}\Delta l + \frac{d}{2l}\Delta d\,.$$

Ponieważ $\Delta l = \Delta d$=2 mm, wzór na Δf_1 możemy doprowadzić do prostszej postaci:

$$\Delta f_1 = \frac{\left(l + d\right)^2}{4l^2}\Delta l\,. \tag{10}$$

Błąd pomiaru promienia krzywizny.

$$R = \frac{c^2}{6h} + \frac{h}{2}, \qquad \Delta R = \left|\frac{\partial R}{\partial c}\right|\Delta c + \left|\frac{\partial R}{\partial h}\right|\Delta h\,.$$

Po obliczeniu pochodnych cząstkowych:

$$\Delta R = \left|\frac{c}{3h}\right|\Delta c + \left|-\frac{c^2}{6h^2} + 0,5\right|\Delta h\,. \tag{11}$$

Wartość Δh równa jest podwójnej dokładności sferometru (2·0,01 mm).

$\Delta c = \max\left|c - c_i\right| + 0,1\text{mm}$, i = 1, 2, 3; (0,1 mm jest to dokładność suwmiarki)

Błąd pomiaru współczynnika załamania.

$$n = \frac{R_1 R_2}{f_1\left(R_1 + R_2\right)}, \qquad \Delta n = \left|\frac{\partial n}{\partial R_1}\right|\Delta R_1 + \left|\frac{\partial n}{\partial R_2}\right|\Delta R_2 + \left|\frac{\partial n}{\partial f_1}\right|\Delta f_1\,.$$

Obliczenia pochodnych cząstkowych prowadzą do wzoru:

$$\Delta n = \frac{R_2^{\,2}\cdot\Delta R_1 + R_1^{\,2}\cdot\Delta R_2}{\left|f_1\right|\cdot\left(R_1 + R_2\right)^2} + \left|\frac{R_1\cdot R_2}{R_1 + R_2}\right|\cdot\frac{\Delta f_1}{f_1^{\,2}}\,. \tag{12}$$

Δf_1, ΔR_1, ΔR_2, — z obliczeń powyżej (wzory (10), (11)).